פונ' בעלת השתנות חסומה

# הגדרה

תהי פונקציה המוגדרת בקטע . נתבונן בחלוקה T של הקטע .= הקטע המוגדרת בקטע ונגדיר . נתבונן בקבוצת כל המספרים עבור כל החלוקות האפשריות T של הקטע . אם קבוצה זו חסומה נאמר ש*" בעלת השתנות חסומה בקטע אחרת נארמ ש אינה בעלת השתנות חסומה בקטע .*

*אם היא בעלת השתנות חסומה בקטע הרי שלקב' המספרים קיים חסם עליון. נסמן ונקרא ל* בשם ההשתנות הכללית של בקטע .

## הערה

אם אינה בעלת השתנות חסומה בקטע נוכל לומר שההשתנות הכללית שלה ב היא .

# משפט

פונ' בעלת השתנות בסומה בקטע סגור חסומה שם.

## הערה

לא כל פונ' חסומה חייבת להיות בעלת השתנות חסומה.

# דוגמה

הפונקציה חסומה ב. נבחר חלוקה   
אז בעצם ראינו דוגמה לפונ' חסומה בקטע, אבל פונ' לא בעלת השתנות חסומה.

פונ' בכמה משתנים

תהי פונ' מוגדרת בסביבת הנ' פרט אולי לנק' עצמהץ

# הגדרה

נאמר שהמספר L הוא גבול הפונ' כאשר אם לכל קיים כך שלכל נק' m המקיימות מתקיים

## הערה

הגבול L אינו תלוי במסלול שדרכו הנק' m שואפת לנק' . הגבול אם הוא קיים הוא יחיד ואינו תלוי במסלול.

## מסקנה

אם לפונ' גבולות שונים לפי מסלולים שונים של אז הגבול לא קיים.

# דוגמה

הוכח שלא קיים הגבול

פתרון – נראה ש תלוי בk:  
מאחר והגבול תלוי בk נקבל שהוא תלוי בבחירת המסלול אז בעצם לא קיים.

# דוגמה

חשב

# דוגמה

חשב

# הגדרת הגבול לפי היינה

L הוא הגבול של פונ' כאשר אם לכל סדרת נקודות סדרת המספרים

# דוגמה

חשב  
*ולכן לא קיים גבול ל כאשר*

# גבולות חוזרים

נתונה הפונ' המוגדרת בסביבת הנק' פרט אולי לנק' עצמה.  
לכל y קבוע נחשב ונעבור לגבול כאשר . כלומר:  
לגבולות (1) ו(2) קוראים הגבולות החוזרים, ולגבול ה"קודם" קוראים הגבול הכפול.

# דוגמה

חשב את הגבולות החוזרים והגבול הכפול:  
הגבול הכפול תלוי בk ולכן לא קיים.

# טענה

אם הגבולות החוזרים קיימים ושונים אז הגבול הכפול לא קיים. אבל אם הם קיימים ושווים, קיום הגבול הכפול לא מובטח.

# דוגמה

חשב

*חשב את הגבולות החוזרים והגבול הכפול בראשית*

# הגדרה

תהא פונ' המוגדרת בתחום D. נאמר ש רציפה בנק' ונכתוב

# הגדרה לפי היינה

אם התחום D